

Praktikum Grundlagen der Elektrotechnik

Versuch GET 10: Fourieranalyse

Standort: GET-Labore im Helmholtzbau H2546, H2548 und H2549

1. Ziel und Inhalt

Verifizierung der Ergebnisse der klassischen Fourierreihenentwicklung periodischer Funktionen durch Vergleich mit den Spektren der FFT-Funktion eines Digitalspeicheroszilloskops.

Berechnung und Messung der Kenngrößen Mittelwert, Effektivwert und Klirrfaktor verschiedener Kurvenformen. Analyse von linearen und nichtlinearen Verzerrungen. Nicht Gegenstand der Untersuchung sind die Unterschiede zwischen klassischer Fourieranalyse und FFT.

2. Vorausgesetztes Wissen

- Prinzipieller Aufbau und Bedienung eines Oszillografen, d.h. Durchführung des Versuches GET2 „Digitalspeicheroszilloskop“.
- Kennwerte periodischer Wechselgrößen, insb. Mittelwert, Effektivwert und Klirrfaktor.
- Rechnung mit relativen und absoluten Spannungspegeln in Dezibel.
- Berechnung der Koeffizienten der Fourierreihe und daraus die Koeffizienten (Amplituden und Phasenwinkel) der reellen Spektren.
- Lineare und nichtlineare Verzerrungen.

3. Literatur zur Vorbereitung

- Vorlesungs- und Übungsunterlagen der Elektrotechnik 2.
- Lehrbuch Seidel/Wagner: Allgemeine Elektrotechnik Band 2, Unicopy Campus Edition, Ilmenau 2011.
- Lernprogramm “Fourier-Reihen” im “LearnWeb” von “GETsoft”.

4. Vorbereitung

4.1 Fourierreihe und reelle Spektren

Geben Sie die allgemeine Darstellung der Fourierreihe als Überlagerung eines Gleichanteils mit Cosinus- und Sinusschwingungen sowie die Formeln zur Berechnung ihrer Koeffizienten a_0 , a_n und b_n an.

Geben Sie die allgemeine Darstellung der reellen Fourierreihe als Überlagerung eines Gleichanteils mit harmonischen Schwingungen der Form $A_n \sin(n\omega_1 t + \varphi_n)$ und die Formeln zur Berechnung ihrer Koeffizienten A_0 , A_n und φ_n aus den a_0 , a_n und b_n an.

Geben Sie die Formeln für die Berechnung der Fourierkoeffizienten A_0 , A_n und φ_n der reellen Fourierreihe (Amplituden- und Phasenspektren) für die Funktionen nach **Bild 1a,b,c** an. Nutzen Sie dafür ihre Vorlesungs- und Übungsunterlagen.

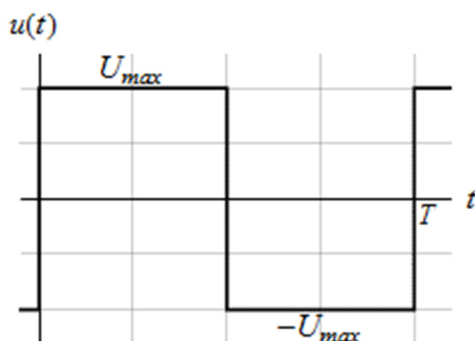


Bild 1. a) Rechteckfunktion

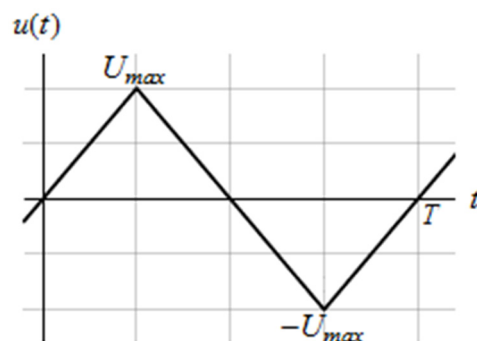


Bild 1. b) Dreieckfunktion

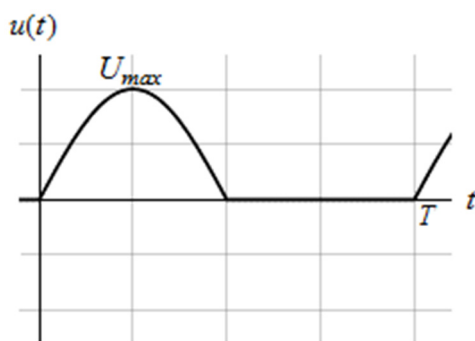


Bild 1. c) Halbwellensinus

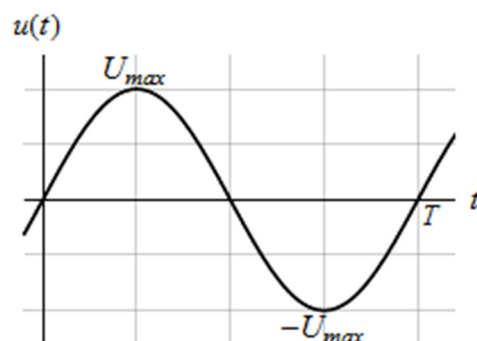


Bild 1. d) Sinusfunktion

4.2 Klirrfaktor

Geben Sie die allgemeine Formel für die Berechnung des Klirrfaktors aus dem Amplitudenspektrum der reellen Fourierreihe an.

Berechnen Sie den Klirrfaktor der Dreiecksschwingung unter Zuhilfenahme des Grenzwertes:

$$\sum_n \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{96}, \quad n = 1, 3, 5, 7, \dots \infty$$

4.3 Effektivwerte

Berechnen Sie für jede Funktion nach Bild 1 den genauen Effektivwert entsprechend der Definitionsgleichung für den Zeitbereich:

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u^2(t) dt}$$

Leiten Sie die Formel für die Berechnung des Effektivwertes aus dem Amplitudenspektrum ab, indem Sie die mathematische Form der Fourierreihe

$$u(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_1 t) + b_n \sin(n\omega_1 t))$$

in die Definitionsgleichung für den Effektivwert einsetzen, entsprechend den Orthogonalitätsregeln vereinfachen und dann die a_0 , a_n und b_n zu den Koeffizienten der reellen Fourierreihe A_0 und A_n zusammenfassen.

4.4 Übertragungsfunktion des einfachen RC-Tiefpasses

Leiten Sie die Formel für den Betrag der Übertragungsfunktion des Tiefpasses nach Bild 4 her. Geben Sie die Formel zur Berechnung des Betrages der Übertragungsfunktion **in dB** an.

4.5 Messprotokoll und Auswertung

Bereiten Sie die Mess- und Auswertungstabellen für 6.1-6.8 vor.

5. Geräte und Baugruppen am Versuchsplatz

- 1 Digitalspeicheroszilloskop TBS1102B
- 1 Funktionsgenerator HMF2550
- 1 LCR-Messgerät HM8018
- 1 Netztransformator S30A/G 220V/6V
- 1 Experimentiereinheit für Steckelemente
- 1 Steckelement Widerstand
- 1 Steckelement Kondensator
- 1 Steckelement Diode

6. Messung und Auswertung

Um Messfehler zu minimieren, achten Sie darauf, dass im Zeitbereich eine ganze Anzahl von Schwingungen auf dem Bildschirm sichtbar ist.

Die Verläufe der Spannungen sollen den Bildschirm soweit wie möglich ausfüllen aber nicht übersteuern.

Für eine korrekte Transformation des Gleichanteils des Signals müssen sich die **Zeitachsen der beiden Kanäle** exakt **auf der Nulllinie** befinden. Die FFT-Funktion des Oszilloskops berechnet nur das Betragsspektrum der reellen Fourierreihe **in dB**, bezogen auf 0dB ($0\text{dB} \triangleq 1V_{\text{eff}}$).

6.1 Harmonische Schwingung

Oszillografieren Sie eine **sinus**förmige Generatorspannung von 1000Hz im Kanal 1.

Stellen Sie über die automatische Messfunktion des Oszillografen den Spitzenwert $U_{\max} = 4V$ ein. Notieren Sie den angezeigten Effektivwert U_{eff} . Messen Sie die Spektrallinie der Grundwelle A_1 in dB. Berechnen Sie sowohl aus $U_{\max}$ als auch aus A_1 den Effektivwert der Schwingung und vergleichen Sie diese mit dem angezeigten Wert U_{eff} .

6.2 Netzspannung

Oszillografieren Sie die Spannung des Netztransformators S30A/G 220V/6V im Kanal 1. Bestimmen Sie die Spitzenspannung $U_{\max}$, den Effektivwert U_{eff} und die Netzfrequenz f_N über die Messfunktion des Oszillografen. Vergleichen Sie den angezeigten Effektivwert U_{eff} mit dem aus der Spitzenspannung $U_{\max}$ errechneten. Beurteilen Sie die Kurvenform der Netzspannung.

Messen Sie die Spektrallinien A_{ndB} für $n = 1, 3, 5, 7$ und 9 in dB und ermitteln Sie daraus die reellen Fourier-Koeffizienten A_n (Amplitudenspektrum).

Berechnen Sie daraus näherungsweise den Klirrfaktor der Netzspannung.

6.3 Dreieckschwingung

Oszillografieren Sie eine **dreieck**förmige Generatorspannung von 1000Hz im Kanal 1. Stellen Sie über die automatische Messfunktion einen Spitzenwert der Spannung $U_{\max} = 4V$ ein und notieren Sie den angezeigten Effektivwert U_{eff} . Berechnen Sie aus der Spitzenspannung den Effektivwert und vergleichen Sie ihn mit dem angezeigten.

Messen Sie die Spektrallinien A_{ndB} für $n = 1, 3, 5, 7$ und 9 in dB und ermitteln Sie daraus die reellen Fourier-Koeffizienten A_n (Amplitudenspektrum). Berechnen Sie die theoretischen Werte der A_n - Koeffizienten und vergleichen sie mit den aus der Messung ermittelten.

Berechnen Sie aus den gemessenen A_n näherungsweise den Klirrfaktor der Dreieckschwingung und vergleichen ihn mit dem in der Vorbereitung errechneten Wert.

6.4 Rechteckschwingung

Oszillografieren Sie eine **rechteck**förmige **symmetrische** Generatorspannung von 1000Hz im Kanal 1. Stellen Sie über die automatische Messfunktion eine Spitzenspannung $U_{\max} = 4V$ ein und notieren Sie den angezeigte Effektivwert U_{eff} . Berechnen Sie aus der Spitzenspannung den Effektivwert und vergleichen Sie ihn mit dem angezeigten.

Messen Sie die Spektrallinien A_{ndB} für $n = 1, 3, 5, 7$ und 9 aus und ermitteln Sie daraus die reellen Fourier-Koeffizienten A_n (Amplitudenspektrum). Berechnen Sie die theoretischen Werte der A_n – Koeffizienten und vergleichen diese mit den aus der Messung ermittelten.

6.5 Gleichspannung

An den Eingang der Spitzenwertgleichrichtung nach Bild 2 legen Sie eine **sinusförmige** Generatorspannung u_e von 1000Hz und oszillografieren diese im Kanal 1.

Oszillografieren Sie im Kanal 2 die Ausgangsspannung des Vierpols – die Gleichspannung U_a . Stellen Sie dafür am Ausgang des Vierpols den Spitzenwert $U_{\max} = 4V$ ein. Notieren Sie den angezeigten Mittelwert U_{mw} und Effektivwert U_{eff} .

Messen Sie im Spektrum den Gleichanteil A_0 und vergleichen Sie diesen mit Spitzen-, Mittel- und Effektivwert.

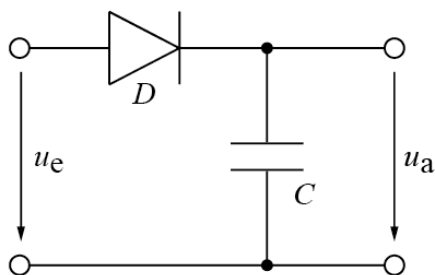


Bild 2. Spitzenwertgleichrichtung

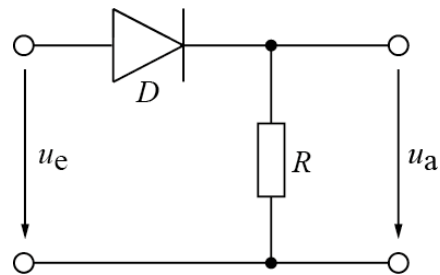


Bild 3. Einweggleichrichtung

6.6 Einweggleichrichtung eines Sinus (Halbwellensinus)

An den Eingang der Einweggleichrichtung nach Bild 3 legen Sie eine **sinusförmige** Generatorspannung u_e mit $f_1 = 1000Hz$ an und oszillografieren diese im Kanal 1. Oszillografieren Sie die Ausgangsspannung u_a des Vierpols im Kanal 2.

Stellen Sie am Ausgang (Kanal 2) einen Spitzenwert der Halbwellenspannung von $U_{\max} = 8V$ ein. Notieren Sie den Effektivwert U_{eff} und den Mittelwert U_{mw} der Halbwellenspannung.

Messen Sie im Ausgangsspektrum die Spektrallinien A_{ndB} für $n = 0, 1, 2, 4$ und 6 in dB und ermitteln Sie daraus die reellen Fourier-Koeffizienten A_n (Amplitudenspektrum). Berechnen Sie die theoretischen Werte der A_n -Koeffizienten und vergleichen diese mit den aus der Messung ermittelten.

Vergleichen Sie den Mittelwert U_{mw} mit A_0 .

Berechnen Sie näherungsweise den Effektivwert der Ausgangsspannung aus den durch Messung ermittelten A_n -Koeffizienten und vergleichen Sie ihn sowohl mit dem in der Vorbereitung errechneten genauen Effektivwert als auch mit dem hier im Zeitbereich gemessenen U_{eff} .

6.7 Übertragungsfunktion Tiefpass

Bestimmen Sie die Werte der Bauelemente R und C mit dem LCR-Messgerät HM8018.

Bauen Sie den RC-Tiefpass nach Bild 4 auf. Legen Sie an den Eingang des Vierpols eine **sinus**-förmige Generatorspannung u_e mit $U_{\max} = 5\text{V}$ und $f_1 = 1000\text{Hz}$ an und oszillografieren Sie diese im Kanal 1. Oszillografieren Sie im Kanal 2 die Ausgangsspannung u_a des Vierpols.

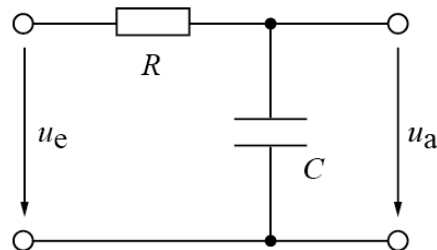


Bild 4. Tiefpass

Ermitteln Sie aus den beiden zeitlichen Verläufen den Betrag der Übertragungsfunktion H_{ndB} in dB bei 1kHz, 3kHz, 5kHz, 7kHz und 9kHz, d.h. bei $f = n \cdot f_1$ mit $n = 1, 3, 5, 7$ und 9 .

Berechnen Sie H_{ndB} in dB bei den o.g. Frequenzen mit Hilfe der Formel aus 4.4. und vergleichen Sie diese mit den gemessenen Werten.

6.8 Lineare Verzerrungen: Rechteckspannung am Tiefpass

An den Eingang des RC-Tiefpass nach Bild 4 legen Sie eine symmetrische **rechteck**förmige Generatorspannung u_e mit $U_{\max} = 5\text{V}$ und $f_1 = 1000\text{Hz}$ an und oszillografieren Sie diese im Kanal 1. Oszillografieren Sie im Kanal 2 die Ausgangsspannung u_a des Vierpols.

Skizzieren Sie das Oszillogramm. Beurteilen Sie die Kurvenform der Eingangsspannung.

Messen Sie die Spektrallinien der Eingangsspannung A_{endB} und der Ausgangsspannung A_{andB} in dB für $n = 1, 3, 5, 7$ und 9 . Berechnen Sie daraus die Beträge der Übertragungsfunktion H_{ndB} in dB.

Vergleichen Sie die Ergebnisse aus 6.8 und 6.7.