

## Praktikum Grundlagen der Elektrotechnik

**Versuch** GET 1.3: Schaltverhalten an C und L

**Standort** GET-Laborräume im Helmholtzbau (H2546, H2547, H2548 bzw. H2549)

**Inhalt**

- 1 Ziel und Inhalt des Versuches
- 2 Vorausgesetztes Wissen
- 3 Literatur
- 4 Vorbereitungsaufgaben
- 5 Geräte und Baugruppen am Versuchsplatz; Bedienhinweise
- 6 Aufgabenstellungen zur Versuchsdurchführung und –auswertung
- 7 Hinweise zur Bestimmung der Zeitkonstante  $\tau$  und der Aufladezeit  $T_A$

---

### 1 Ziel und Inhalt des Versuches

- Untersuchung von Ausgleichsvorgängen in Netzwerken mit einem Kondensator oder einer Spule als Energiespeicher
- Messtechnische Bestimmung von Anfangswerten, Endwerten und Zeitkonstanten mit Hilfe des Digitalspeicheroszilloskops

### 2 Vorausgesetztes Wissen

- Kenntnis theoretischer Grundlagen von Ausgleichsvorgängen in linearen elektrischen Netzen mit einem Kondensator oder einer Spule als Energiespeicher
- Lösung von Differentialgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten bei gegebenen Anfangsbedingungen
- Ermittlung der Anfangsbedingungen zum Schaltzeitpunkt  $t = 0$  und der stationären Endwerte für  $t \rightarrow \infty$
- Berechnung der Zeitkonstante  $\tau$  und deren messtechnische Bestimmung über die Halbwertszeit  $t_H$  (siehe 7.1) oder die 3-Punkte Methode (siehe 7.2)

### 3 Literatur

- Vorlesungs- und Übungsunterlagen „Allgemeine Elektrotechnik 1
- Lehrbuch Seidel/Wagner: Allgemeine Elektrotechnik 1, Unicopy Ilmenau 2009, Kapitel 2.5 und Kapitel 4.2

## 4 Vorbereitungsaufgaben

4.1 Zum Zeichnen der Oszillogramme drucken Sie sich das Blatt „Oszi-Bildschirm Tektronix TDS2002B“ in „Dokumente und Vorlagen“ im LabWeb von GETsoft einmal aus.

### 4.2 Herleitung der messtechnischen Bestimmung einer Zeitkonstante $\tau$

- Leiten Sie unter Zuhilfenahme der Abschnitte 7.1 und 7.2 die Berechnung der Zeitkonstante  $\tau$  her.

### 4.3 Ausgleichsvorgänge im Netzwerk mit einem verlustfreien Kondensator $C$

- Stellen Sie für die Schaltung nach **Abbildung 2** die Formeln für den Verlauf der Kondensatorspannung  $u_C(t)$  und des Kondensatorstromes  $i_C(t)$  für folgende zwei Fälle unter der Voraussetzung auf, dass der Übergang des Systems zwischen zwei stationären Zuständen erfolgt (der vorherige Ausgleichsvorgang ist immer vollständig abgeschlossen).

4.3.1 Aufladen: Der Schalter befindet sich für  $t < 0$  in der Stellung, in welcher der Kondensator entladen wird. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  schaltet der Schalter um und die Aufladung beginnt.

4.3.2 Entladen: Der Schalter befindet sich für  $t < 0$  in der Stellung, in welcher der Kondensator aufgeladen wird. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  schaltet der Schalter um und die Entladung beginnt.

- Berechnen Sie für die Bauelementkombinationen a), b) und c) den Wert der Zeitkonstante  $\tau$  für den Auf- und Entladevorgang.
- Der Schalter (Relais) wird mit einer Netzfrequenz von  $f_N = 50$  Hz (Periodendauer  $T_N = 20$ ms) angesteuert. Somit ergibt sich eine theoretische Dauer des Auf- bzw. Entladevorganges von  $T_N/2 = 10$  ms.
- Geben Sie für die Bauelemente in a), b) und c) an, ob die stationären Endwerte (bei ca.  $5\tau$ ) innerhalb eines Auf- sowie Entladevorganges (4.3.1 und 4.3.2) entsprechend der Schaltfrequenz näherungsweise erreicht werden können.
- Berechnen Sie für die Bauelementkombination in a) und b) die Anfangs- und Endwerte der Kondensatorspannung  $u_C$ . Zeichnen Sie den Spannungsverlauf für je einen Auf- und den folgenden Entladevorgang (Gesamtdauer des Vorganges:  $T_N = 20$  ms).

### 4.4 Ausgleichsvorgänge im Netzwerk mit einer realen Spule (Ersatzzweipol aus $R + L$ )

- Stellen Sie für die Schaltung nach **Abbildung 3** die Formeln für den Verlauf des Spulenstromes  $i_L(t)$  und der Spulenspannung  $u_{RL}(t) + u_L(t)$  für folgende zwei Fälle unter der Voraussetzung auf, dass der Übergang des Systems zwischen zwei stationären Zuständen erfolgt, d.h. der Ausgleichsvorgang abgeschlossen ist:

4.4.1 Anschalten: Der Schalter befindet sich für  $t < 0$  in der Stellung, in welcher die Spule stromlos wird, beziehungsweise ist. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  schaltet der Schalter um und der Ausgleichsvorgang beginnt.

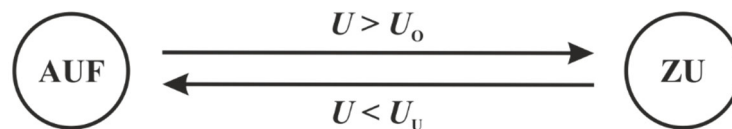
4.4.2 Abschalten: Der Schalter befindet sich für  $t < 0$  in der Stellung, in welcher die Spule stromführend, d.h. angeschaltet ist. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  schaltet der Schalter um und der Ausgleichsvorgang beginnt.

- Berechnen Sie die Zeitkonstanten  $\tau$  für die Ausgleichsvorgänge.
- Der Schalter (Relais) wird mit einer Netzfrequenz von  $f_N = 50$  Hz angesteuert. Somit ergibt sich eine theoretische Dauer des Auf- bzw. Entladevorganges von  $T_N/2 = 10$  ms.
- Geben Sie an, ob die stationären Endwerte ( $5\tau$ ) innerhalb eines Auf- sowie Entladevorganges (4.4.1 und 4.4.2) entsprechend der Schaltfrequenz näherungsweise erreicht werden können.

#### 4.5 Ausgleichsvorgänge im Netzwerk mit einem verlustfreien Kondensator $C$ und einem spannungsabhängigen Schaltelement

In den zuvor beschriebenen Schaltungen wird ein Schaltelement (Relais) genutzt, welches eine Schaltzustandsänderung synchron zu einer fest vorgegebenen Netzfrequenz von  $f_N = 50$  Hz vornimmt. In dem folgenden Aufbau soll ein elektronischer Schalter eingesetzt werden, der in Abhängigkeit einer von außen angelegten Spannung schaltet (z.B. einfache Laderegelung für Akkumulator).

In **Abbildung 1** wird allgemein die Zustandsänderung des verwendeten elektronischen Schalters dargestellt: Überschreitet die von außen anliegende Spannung  $U$  die obere Schaltspannung  $U_O$ , schließt der Schalter. Sinkt die von außen anliegende Spannung  $U$  unter die untere Schaltspannung  $U_U$ , öffnet der Schalter.



**Abbildung 1:** Zustandsgraf des elektronischen Schalters

Entsprechend der Schaltung nach **Abbildung 4** wird über der Reihenschaltung aus der Kapazität  $C$  und dem Widerstand  $R_A$  die Quellspannung  $U_{C\infty}$  dauerhaft angelegt. Im Zuschaltmoment der Quelle beginnt die Aufladung mit  $U_{C0} = 0$  V.

Parallel zur Kapazität  $C$  befindet sich der elektronische Schalter mit dem in **Abbildung 1** beschriebenen Zustandsgrafen. Das weitere Verhalten der Schaltung wird wie folgt beschrieben:

Übersteigt der Momentanwert der Spannung über dem Kondensator  $U_C$  die obere Schaltspannung  $U_O$  schließt der Schalter. Die Kapazität  $C$  wird u.a. über den Entladewiderstand  $R_E$  entladen.

Sinkt im Laufe der Entladung der Momentanwert der Spannung über der Kapazität  $U_C$  unter die untere Schaltspannung  $U_U$ , öffnet der Schalter. Der Aufladevorgang beginnt erneut.

Im Ergebnis resultiert eine Kippschwingung der Kondensatorspannung, welche durch den qualitativen Zeitverlauf entsprechend **Abbildung 7** beschrieben werden kann. Der Aufladevorgang wird durch die Zeitkonstante  $\tau = C * R_A$ , die Anfangsspannung  $U_U$ , der Endspannung  $U_O$  und den dazugehörigen Zeitwerten  $t_U$  und  $t_O$  beschrieben. Die Dauer der Aufladung lässt sich als Anstiegszeit mit  $T_A = t_O - t_U$  ausdrücken.

Für den Entladevorgang lassen sich die vorherigen Betrachtungen nicht übertragen, da zusätzlich zum Entladewiderstand  $R_E$  eine Reihe von PN-Übergängen im Schalter mit einer nichtlinearen Widerstandcharakteristik zu beachten wären. Für die Entladezeit  $T_E$  der zu untersuchenden Schaltung gilt:  $T_E \ll T_A$ , da  $R_E \ll R_A$ .

- Leiten Sie aus der allgemeinen Lösungsformel für Ausgleichsvorgänge die Formel für die Aufladezeit  $T_A = t_O - t_U$  her (Hinweise dazu unter 7.3).

Neben der Zeitkonstante des Aufladungsvorganges wird die Aufladezeit  $T_A$  maßgeblich von dem Spannungsendwert  $U_{C\infty}$  bestimmt. Mit steigendem  $U_{C\infty}$  nimmt die Steilheit der Exponentialfunktion zwischen den beiden festen Schaltspannungen  $U_U$  und  $U_O$  zu, so dass der Aufladevorgang in einer kürzeren Zeit vollzogen wird.

Beim Entladen bleibt die Entladezeit  $T_E$  konstant, da der Kondensator unabhängig von  $U_{C\infty}$  immer von  $U_O$  auf  $U_U$  entladen wird.

## 5 Geräte und Baugruppen am Versuchsplatz sowie Bedienhinweise

|   |                                       |
|---|---------------------------------------|
| 1 Digital-Speicheroszilloskop TDS2002B  | 2 Baugruppen Widerstände              |
| 1 Geräteeinheit Generator und LCR-Meter | 1 Baugruppe Messwiderstand            |
| 1 Polarisiertes Relais                  | 1 Baugruppe Widerstand u. Kondensator |
| 1 Elektronischer Schalter               | 1 Baugruppe Spule                     |
| 1 Regelbares Doppelnetzteil             | 1 Baugruppe Kondensator               |
| 1 Akkumulator (6 V)                     |                                       |

### 5.1 Hinweise zur Ansteuerung des Relais

Die Ansteuerung des polarisierten Relais erfolgt über die beiden Buchsen mit der Beschriftung  $\sim 25\text{ V}$ . Die Versorgungsspannung von  $24\text{ V}$  mit einer Frequenz von  $f_N = 50\text{ Hz}$  beziehen Sie aus den gelben Buchsen der Labortafel.

### 5.2 Hinweise zur Nutzung des Digitalspeicheroszilloskops

Sollten Sie den Versuch „GET 2: Messungen mit dem Digitalspeicheroszilloskop“ noch nicht durchgeführt haben, wird Sie der Praktikumsbetreuer in die Bedienung des zu verwendenden Digitalspeicheroszilloskops einführen.

## 6 Aufgabenstellung zur Versuchsdurchführung und Versuchsauswertung

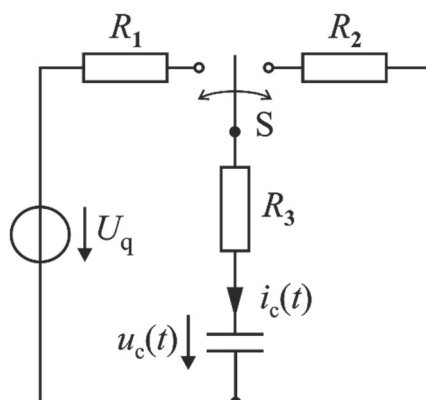
### 6.1 Überprüfung der Bauelementangaben

Überprüfen Sie messtechnisch die Angaben der Widerstände  $R$ , der Kapazität des Kondensators  $C$  und der Induktivität der Spule  $L$  vor dem Aufbau der Schaltungen entsprechend **Abbildung 2** und **Abbildung 3**.

- Nutzen Sie das LCR-Meter HM8018.
- Stellen Sie dazu am Gerät die Messfrequenz von  $100\text{ Hz}$  und den Automatikmode „Auto“ ein.
- Der Wert von  $R_L$  in der Schaltung nach **Abbildung 3** wird nicht direkt gemessen, sondern experimentell ermittelt.
- Für die weiteren Berechnungen benutzen Sie die gemessenen Werte.

### 6.2 Untersuchung der Ausgleichsvorgänge eines Netzwerkes mit einem Kondensator

Bauen Sie die Schaltung entsprechend **Abbildung 2** auf.



Parameter des Netzwerks:

$$U_q = 6\text{ V}$$

$$C = 1\ \mu\text{F} \quad R_3 = 1\ \text{k}\Omega$$

$$\text{a) } R_1 = 100\ \Omega \quad R_2 = 100\ \Omega$$

$$\text{b) } R_1 = 4\ \text{k}\Omega \quad R_2 = 100\ \Omega$$

$$\text{c) } R_1 = 4\ \text{k}\Omega \quad R_2 = 9\ \text{k}\Omega \\ (4 + 5\ \text{k}\Omega)$$

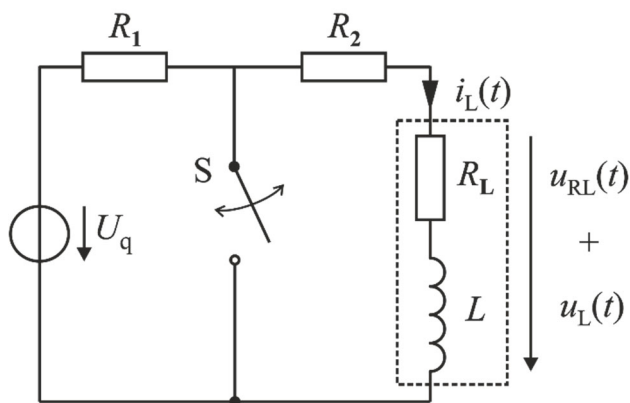
**Abbildung 2:** Elektrisches Netzwerk mit Kondensator

- Für die Aufzeichnung des Kondensatorstromes  $i_C(t)$  nutzen Sie den Spannungsabfall über dem Widerstand  $R_3 = 1 \text{ k}\Omega$ .
- Bestimmen Sie mit dem Oszilloskop die Spannung  $U_q$  für die Schaltungsvariante a).
- Oszillografieren Sie nacheinander die Kondensatorspannung  $u_C(t)$  und den Kondensatorstrom  $i_C(t)$  für die Bauelementewerte von a), b) und c). Zeichnen Sie für die Einstellung b) das Oszillogramm mit einer vollständigen Auf- und Entladung ab.
- Bestimmen Sie aus dem Verlauf der Kondensatorspannung  $u_C(t)$  die Zeitkonstanten  $\tau$  für die Auf- und Entladevorgänge. Wählen Sie sinnvoll zwischen der Halbwertszeit und der 3-Punkte-Methode aus. Vergleichen Sie die messtechnisch bestimmten Werte mit Ihrer Rechnung aus 4.3.

Bestimmen Sie Endwerte der Spannung  $u_C$  aus der Schaltungsvariante b) und vergleichen Sie diesen mit der Rechnung auf 4.3. Begründen Sie eventuelle Abweichungen.

### 6.3 Untersuchung der Ausgleichsvorgänge eines Netzwerkes mit einer Spule

Bauen Sie die Schaltung entsprechend **Abbildung 3** auf.



Parameter des Netzwerkes:

$$U_q = 6 \text{ V} \quad R_1 = 100 \Omega$$

$$R_2 = 100 \Omega$$

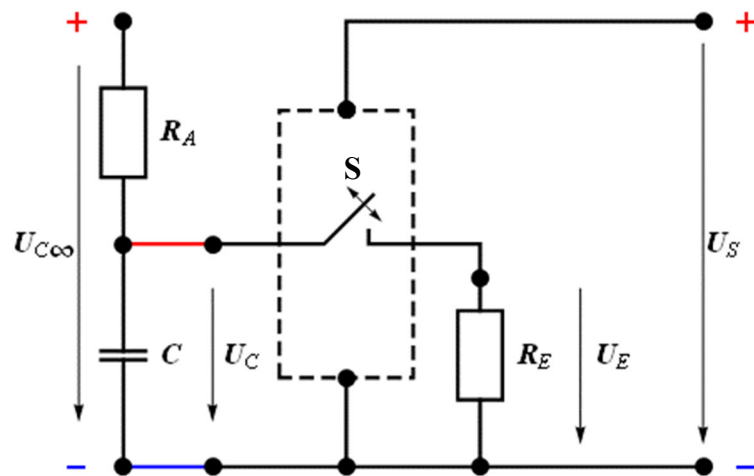
$$L = 0,1 \text{ H} \quad R_L = 45 \Omega$$

**Abbildung 3:** Elektrisches Netzwerk mit einer verlustbehafteten Spule

- Oszillografieren Sie den Spulenstrom  $i_L(t)$  und die Spulenspannung  $u_{RL}(t) + u_L(t)$ .
- Messen Sie Strom und Spannung der Spule im stationären Endzustand des Anschaltvorganges und berechnen Sie daraus den Spulenwiderstand  $R_L$ .
- Bestimmen Sie aus dem Verlauf des Spulenstroms  $i_L(t)$  die Zeitkonstanten  $\tau$  für das An- sowie Abschalten und vergleichen Sie diese mit den berechneten Werten aus 4.4.
- Zeichnen Sie das Oszillogramm einer vollständigen An- und Abschaltung ab.

## 6.4 Untersuchung der Ausgleichsvorgänge eines Netzwerkes mit einem Kondensator und einem spannungsabhängigen elektronischen Schalter

Bauen Sie die Schaltung entsprechend **Abbildung 4** auf.



**Abbildung 4:** Elektrisches Netzwerk mit Kondensator und spannungsabhängigem Schalter

- Messen Sie die Werte des Kondensators  $C$  und Ladewiderstand  $R_A$  mit dem LCR-Meter HM8018. Berechnen Sie die Zeitkonstante der Aufladung  $\tau = C \cdot R_A$ .
- Bauen Sie die Schaltung entsprechend **Abbildung 4** auf und stellen Sie eine Schalterspannung von  $U_S = 25 \text{ V}$  mit dem regelbaren Doppelnetzteil ein.  $U_S$  ist während der Versuchsdurchführung nicht zu ändern, da die obere Schaltspannung  $U_O$  und die untere Schaltspannung  $U_U$  von der Schalterspannung abhängen.
- Oszillografieren Sie die Kondensatorspannung  $U_C$  über dem Kondensator und die Spannung  $U_E$  über den Entladewiderstand  $R_E$ . Die Spannung  $U_E$  ist proportional dem Entladestrom des Kondensators.
- Stellen Sie am regelbaren Doppelnetzteil die Ausgangsspannung auf  $U_{C\infty} = 24 \text{ V}$  ein und messen Sie die untere Schaltspannung  $U_U$  sowie die obere Schaltspannung  $U_O$ . Ändern Sie anschließend  $U_{C\infty}$  im Bereich von  $20 \text{ V}$  bis  $28 \text{ V}$  und beobachten Sie, ob sich  $U_O$  oder  $U_U$  ändern.
- Messen Sie für  $U_{C\infty} = 20 \text{ V}, 22 \text{ V}, 24 \text{ V}, 26 \text{ V}$  und  $28 \text{ V}$  die Aufladezeit  $T_A = t_O - t_U$ . Hinweis: Die Aufladezeit lässt sich auf Grund der Kurvenform am genauesten bestimmen, wenn im Verlauf der Spannung  $U_E$  die Zeit zwischen dem Ende der einen und dem Beginn der nächsten Entladung gemessen wird.
- Berechnen Sie mit der zuvor berechneten Zeitkonstante  $\tau$  und den jeweiligen Spannungen  $U_{C\infty}$ ,  $U_O$  und  $U_U$  die theoretische Aufladezeit  $T_A$  und vergleichen Sie diese mit den gemessenen Werten.

## 7 Hinweise zur Bestimmung der Zeitkonstante $\tau$ und der Aufladezeit $T_A$

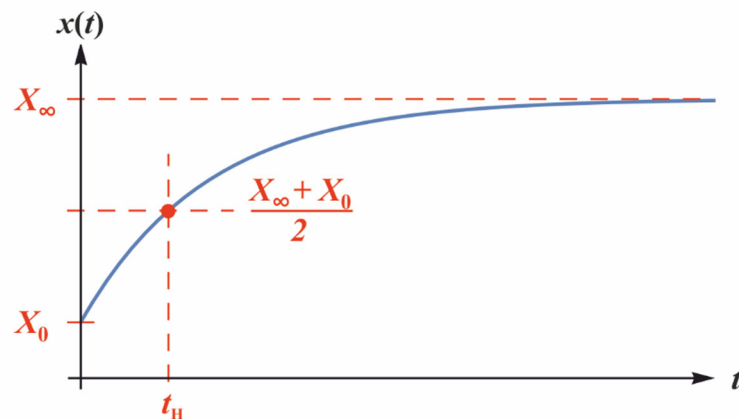
Grundlage der Betrachtung ist die allgemeine Lösungsfunktion der Differentialgleichung 1. Ordnung von Ausgleichsvorgängen in Netzen mit einem Energiespeicher:

$$x(t) = X_\infty - (X_\infty - X_0) * e^{-\frac{t}{\tau}}$$

### 7.1 Zeitkonstante - Variante 1: Der Wert von $X_\infty$ kann aus dem Zeitverlauf bestimmt werden

Entsprechend des Zeitverlaufes nach **Abbildung 5** kann mit der Bestimmung der Halbwertszeit  $t_H$  die Zeitkonstante  $\tau$  wie folgt berechnet werden:

$$\tau = \frac{t_H}{\ln(2)}$$



**Abbildung 5:** Bestimmung der Zeitkonstante  $\tau$  über den Startwert  $X_0$ , den stationären Endwert  $X_\infty$  und die Halbwertszeit  $t_H$

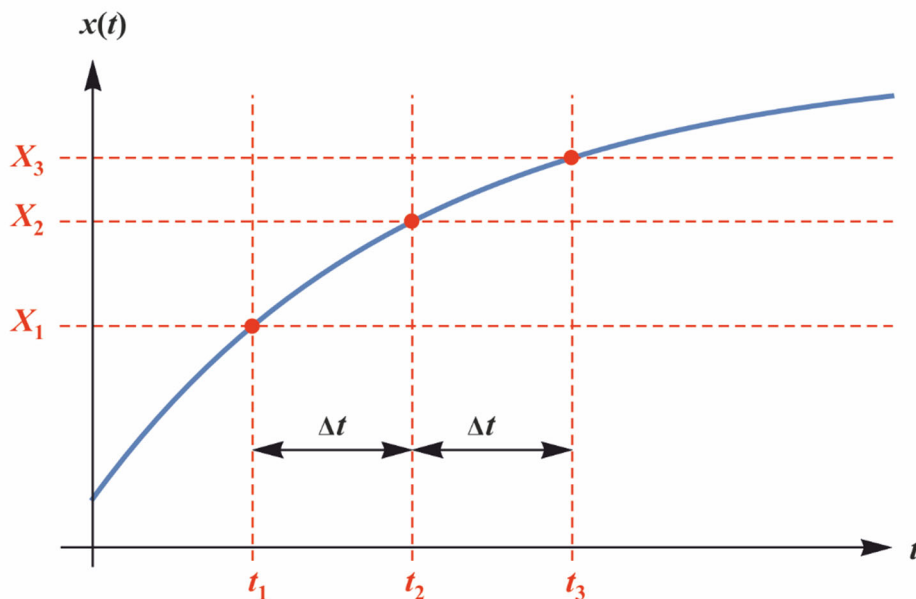
#### Hinweis zur Herleitung

- Setzen Sie für  $t = t_H$  den Wert  $x(t_H) = \frac{X_\infty + X_0}{2}$  in die allgemeine Lösungsfunktion ein.
- Subtrahieren Sie auf beiden Seiten  $X_0$ .
- Dividieren Sie durch  $X_\infty - X_0$ .
- Lösen Sie die Gleichung nach der Zeitkonstante  $\tau$  auf.

## 7.2 Zeitkonstante - Variante 2: Der Wert von $X_\infty$ kann aus dem Zeitverlauf nicht bestimmt werden (3-Punkte Methode)

Entsprechend der Wahl der Messpunkte nach **Abbildung 6** wird die Zeitkonstante  $\tau$  wie folgt berechnet:

$$\tau = \frac{\Delta t}{\ln\left(\frac{X_1 - X_2}{X_2 - X_3}\right)}$$



**Abbildung 6:** Bestimmung der Zeitkonstante  $\tau$  über drei Messpunkte  $x(t_1) = X_1$ ,  $x(t_2) = X_2$  und  $x(t_3) = X_3$  bei äquidistantem Abstand  $\Delta t$

### Hinweis zur Herleitung

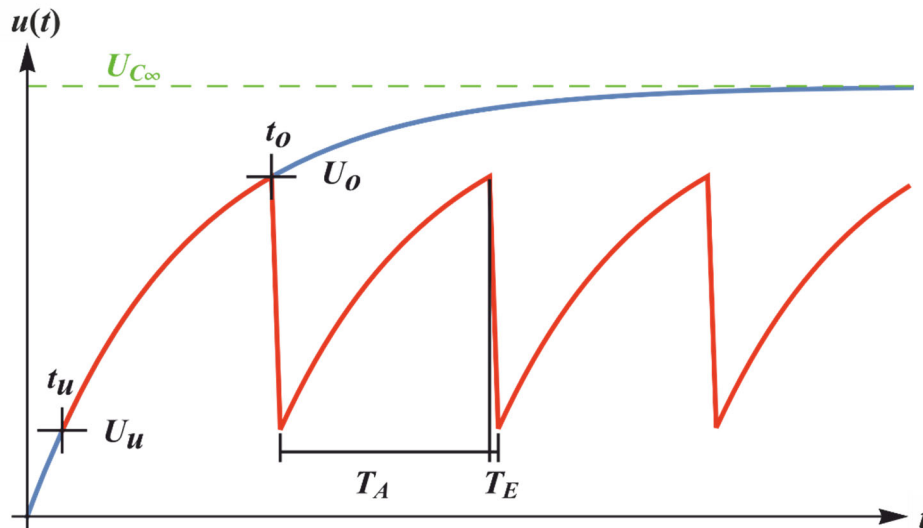
- Setzen Sie die drei Messpunkte jeweils in die allgemeine Lösungsformel, um die Gleichungen  $G_1$ ,  $G_2$  und  $G_3$  zu erhalten.
- Ersetzen Sie in Gleichung  $G_2$  die Zeit  $t_2$  durch  $(t_1 + \Delta t)$  und in  $G_3$  die Zeit  $t_3$  durch  $(t_1 + 2 * \Delta t)$
- Drücken Sie auf der rechten Seite der Gleichungen  $G_2$  und  $G_3$  die Summen in den Exponenten der e-Funktion als Produkte zweier e-Funktionen aus.
- Subtrahieren Sie nun die Gleichungen paarweise, so dass Sie folgende Gleichungen erhalten:  $G_{12} = G_1 - G_2$  und  $G_{23} = G_2 - G_3$
- Dividieren Sie  $G_{12}$  durch  $G_{23}$  und kürzen auf der rechten Seite im Zähler und Nenner den Term  $e^{-\frac{t_1}{\tau}}$  heraus.
- Multiplizieren Sie Zähler und Nenner der rechten Seite mit  $e^{+\frac{\Delta t}{\tau}}$ . Kürzen Sie dann im Zähler und im Nenner den Term  $1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}$  und lösen Sie nach der Zeitkonstanten  $\tau$  auf.



### 7.3 Bestimmung einer Anstiegszeit $T_A = t_O - t_U$

Mit Hilfe der beiden Messpunkte mit  $U_C(t_U) = U_U$  und  $U_C(t_O) = U_O$  wird die Anstiegszeit  $T_A$  wie folgt berechnet:

$$T_A = \tau * \ln\left(\frac{U_{C\infty} - U_U}{U_{C\infty} - U_O}\right)$$



**Abbildung 7:** Bestimmung der Anstiegszeit  $T_A$  über  $t_O$  und  $t_U$

#### Hinweis zur Herleitung

- Setzen Sie die beiden Messpunkte jeweils in die allgemeine Lösungsformel ein, um die Gleichungen  $G_1$  und  $G_2$  zu erhalten
- Subtrahieren Sie auf beiden Seiten von  $G_1$  und  $G_2$  die Spannung  $U_{C\infty}$  und multiplizieren sie die Gleichungen mit (-1).
- Dividieren Sie  $G_1$  durch  $G_2$  und kürzen Sie auf der rechten Seite den Term  $(x_\infty - x_0)$ .
- Setzen Sie  $t_O - t_U = T_A$  im Exponenten der e-Funktion ein und lösen nach der Anstiegszeit  $T_A$  auf.