

mit dem quadratischen Temperaturkoeffizienten β_{20} (Einheit: K^{-2})

$$\beta_{20} = \frac{1}{2 \rho_{20}} \left. \frac{d^2 \rho(T)}{dT^2} \right|_{T=293 \text{ K}} \quad (1.60)$$

Betrachtet man nun den elektrischen Widerstand eines von einem homogenen elektrischen Feld durchsetzten Leiters, wie er in Bild 1.19 dargestellt ist, so folgt unter Anwendung der oben beschriebenen Vereinfachungen

$$U = E l, \quad I = J A \quad (1.61)$$

für den elektrischen Widerstand

$$R = \frac{U}{I} = \frac{E l}{J A} = \frac{l}{\gamma A} = \rho \frac{l}{A} \quad (1.62)$$

als so genannte **Widerstands bemessungsgleichung**.

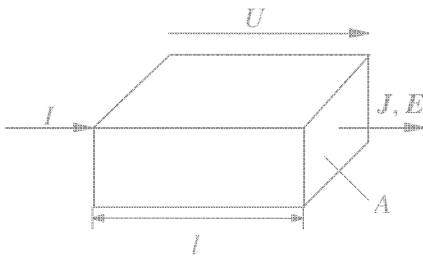


Bild 1.19 Zur Ableitung der Widerstands bemessungsgleichung

1.1.5 Spannungs- und Stromquelle, aktive Elemente

Wie bereits erwähnt, wird unter einem aktiven Element eines Stromkreises im strengen Sinne ein Element verstanden, in dem eine Umwandlung von nichtelektrischer Energie in elektrische Energie erfolgt.

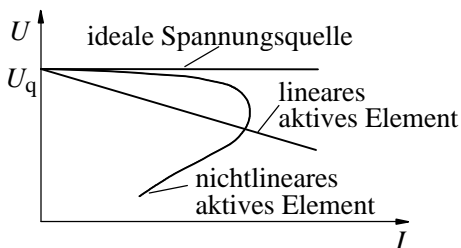


Bild 1.20 U - I -Kennlinien aktiver Elemente

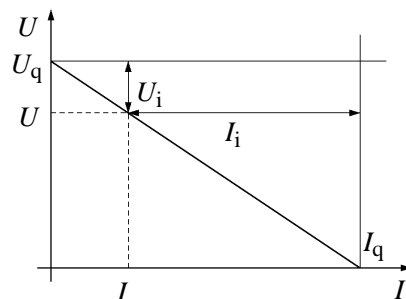


Bild 1.21 U - I -Kennlinie linearer Spannungs- und Stromquellen

Typische Beispiele sind Akkumulatoren, Generatoren, Fotodioden, Thermoelemente u. ä.. Die Strom- und Spannungskennlinien einiger typischer aktiver Elemente zeigt Bild 1.20.

Ihnen ist gemeinsam, dass keine der U - I -Kennlinien durch den Ursprung des Koordinatensystems geht, dass also auch bei Stromfluss null zwischen den Klemmen eine Spannung, die so genannte Quellenspannung U_q , gemessen werden kann. Erinnert sei auch an die Tatsache, dass in aktiven Elementen der Antrieb auf positive Ladungen entgegengesetzt zur Richtung der Quellenspannung erfolgt. Ist die Strom- und Spannungskennlinie des aktiven Elements ("Quelle") eine Gerade, spricht man von einer *linearen Quelle*. Ist der Verlauf entweder der Spannung oder des Stromes von der jeweils anderen Größe unabhängig, wird die Quelle als ideal betrachtet. Im ersten Fall, also bei konstanter Quellenspannung, spricht man von einer *idealen Spannungsquelle* (Schaltzeichen s. Bild 1.22).

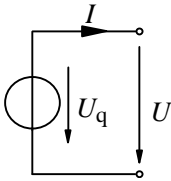


Bild 1.22 Ideale Spannungsquelle

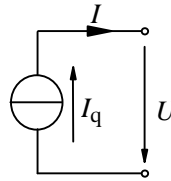


Bild 1.23 Ideale Stromquelle

Bei konstantem, von der Klemmenspannung unabhängigen Strom liegt eine *ideale Stromquelle* vor (Schaltzeichen s. Bild 1.23).

Jedes reale aktive Element kann aus einer idealen Spannungsquelle und einem vom Strom abhängigen inneren Spannungsabfall U_i dargestellt werden (s. Bild 1.21).

Es gilt dann

$$U = U_q - U_i(I). \quad (1.63)$$

Für $I = 0$ wird $U_i(I)$ gleich null, so dass $U_i(I)$ ein passives Element charakterisiert.

Für lineare aktive Elemente ist der innere Spannungsabfall stromproportional. Man erhält dann für die **Klemmenspannung**:

$$\boxed{U = U_q - I R_i} \quad (1.64)$$

Die Größe R_i wird als **Innenwiderstand** der Spannungsquelle bezeichnet. Damit lässt sich jedes lineare aktive Element durch das in Bild 1.24 gezeigte *Spannungsquellenersatzschaltbild* darstellen.

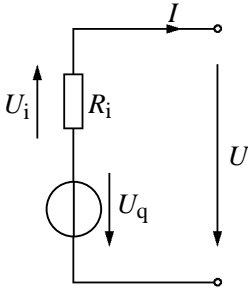


Bild 1.24 Ersatzschaltbild einer realen linearen Spannungsquelle

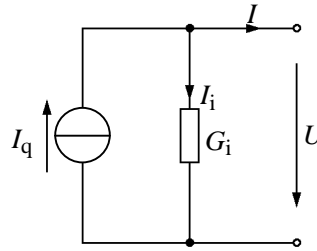


Bild 1.25 Ersatzschaltbild einer realen linearen Stromquelle

Andererseits ist ebenfalls eine Überlagerung von idealer Stromquelle und spannungsproportionalem innerem Strom möglich.

Man erhält dann für den **Klemmenstrom**

$$I = I_q - I_i \quad (1.65)$$

und für linearen Kennlinienverlauf

$$I = I_q - G_i U . \quad (1.66)$$

In diesem Falle spricht man von einem *Stromquellenersatzschaltbild*. Die entsprechende Ersatzschaltung zeigt Bild 1.25.

Eine vergleichende Gegenüberstellung beider elektrisch äquivalenter Ersatzschaltbilder ergibt die Transformationsbeziehungen

$$R_i = \frac{1}{G_i}, \quad U_q = I_q R_i . \quad (1.67)$$

Werden reale aktive Elemente nicht belastet, also im stromlosen Zustand betrieben, so spricht man von *Leerlauf*. Für die dann an den Klemmen abgreifbare Spannung gilt:

$$\boxed{U_L = U_q} \quad (1.68)$$

Wird im Gegensatz dazu das aktive Element widerstandslos abgeschlossen ($U = 0$), so fließt der maximal mögliche Strom. Man spricht dann von *Kurzschluss*.

Es gilt:

$$\boxed{I_K = \frac{U_q}{R_i} = I_q} \quad (1.69)$$

1.1.6 Elektrische Leistung

Die zum Transport einer Ladung zwischen zwei Punkten im elektrischen Feld benötigte Energie wurde zu

$$W_{\text{el}} = U Q \quad (1.70)$$

ermittelt. Geht man davon aus, dass in einem zeitlichen Beobachtungsintervall zwischen t_0 und $t_0 + dt$ die Spannung gleich $U(t_0)$ bleibt und die Ladung dQ transportiert wird, so erhält man für die im Intervall umgesetzte elektrische Energie dW_{el}

$$dW_{\text{el}} = U dQ = U I dt, \quad (1.71)$$

wegen

$$dQ = I dt. \quad (1.72)$$

Für die **Leistung** erhält man:

$$P_{\text{el}} = \frac{dW_{\text{el}}}{dt} = U I \quad (1.73)$$

Die Einheit der elektrischen Leistung ist

$$[P_{\text{el}}] = 1 \text{ VA} = 1 \text{ W (1 Watt)}. \quad (1.74)$$

Entsprechend den Regeln des Verbraucherzählpfeilsystems ist dabei die Leistung immer dann positiv (passives Element), wenn Strom- und Spannungspfeil in die gleiche Richtung zeigen. Bei im aktiven Bereich betriebenen Elementen (Strom- bzw. Spannungsquellen) ist die Leistung stets negativ.

Für die Leistung gilt ebenfalls ein Erhaltungsprinzip, welches unmittelbar aus dem Energieerhaltungssatz abgeleitet werden kann. Letzterer lautet für abgeschlossene Systeme

$$\sum_{\nu \text{ (vzb)}} W_{\nu} = \text{konst.} \quad (1.75)$$

Die einfache zeitliche Differenziation ergibt die *Leistungsbilanzgleichung*:

$$\sum_{\nu \text{ (vzb)}} P_{\nu} = 0 \quad (1.76)$$

1.1.7 Grundstromkreis

Als Grundstromkreis wird die Zusammenschaltung eines aktiven und eines passiven Elementes zu einem unverzweigten Stromkreis (Bild 1.26) bezeichnet.

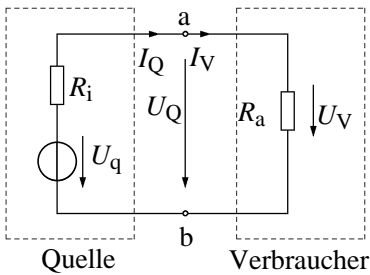


Bild 1.26 Grundstromkreis aus Spannungsquelle und Verbraucher

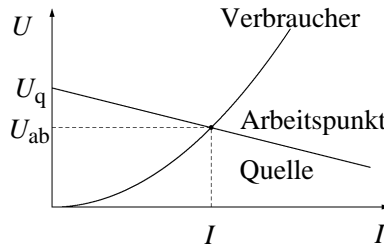


Bild 1.27 Grafische Arbeitspunktermittlung im Grundstromkreis

In einem solchen Stromkreis muss gelten:

$$U_Q = U_V = U_{ab}, \quad I_Q = I_V = I, \quad (1.77)$$

d. h. der sich einstellende Strom muss sowohl auf der U - I -Kennlinie der Quelle als auch auf der Kennlinie des Verbrauchers liegen. Gleiches gilt für die Spannung U_{ab} . Der *Arbeitspunkt* eines Grundstromkreises ist also der Schnittpunkt der U - I -Kennlinien von Quelle und Verbraucher (s. Bild 1.27).

Im Falle eines linearen Verbrauchers und einer linearen Quelle (s. Bild 1.26) lässt sich die Berechnung des Arbeitspunktes auch rechnerisch leicht durchführen. Man erhält:

$$U_q - I R_i = I R_a \quad (1.78)$$

und damit

$$I = \frac{U_q}{R_i + R_a}. \quad (1.79)$$

Für die Spannung ergibt sich

$$U_{ab} = I R_a = \frac{R_a}{R_i + R_a} U_q. \quad (1.80)$$

Die von der Quelle an den Verbraucher abgegebene Leistung P_a wird dann

$$P_a = U_{ab} I = \frac{U_q^2 R_a}{(R_a + R_i)^2}. \quad (1.81)$$

Die insgesamt von dem aktiven Element in die Schaltung eingespeiste Leistung P_q wird

$$P_q = U_q I = \frac{U_q^2}{R_a + R_i}. \quad (1.82)$$

Damit erhält man für den **elektrischen Wirkungsgrad** der Schaltung:

$$\eta = \frac{P_a}{P_q} = \frac{R_a}{R_a + R_i}. \quad (1.83)$$

Stellt man die gewonnenen Zusammenhänge für den Wirkungsgrad η und die an den Verbraucher übertragene Leistung P_a in Abhängigkeit vom Widerstand des Verbrauchers dar, ergeben sich die in Bild 1.28 und Bild 1.29 gezeigten Kurven.

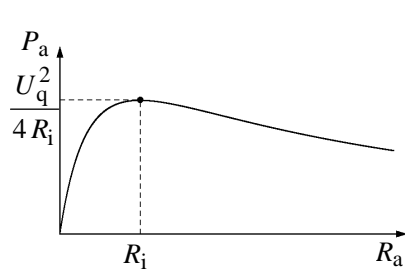


Bild 1.28 Darstellung der Leistung in Abhängigkeit von der Belastung

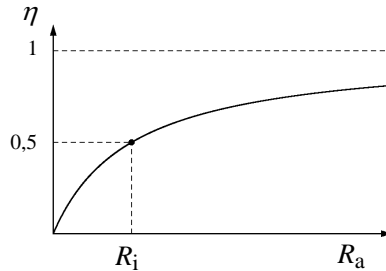


Bild 1.29 Darstellung des elektrischen Wirkungsgrades in Abhängigkeit von der Belastung

Interessant ist insbesondere das durch Extremwertberechnung leicht nachprüfbare Ergebnis, dass die von der Quelle an den Verbraucher übertragene Leistung bei $R_a = R_i$ für lineare Grundstromkreise ein Maximum hat, während gleichzeitig der elektrische Wirkungsgrad nur 50 % beträgt. Der Belastungsfall, bei dem die maximale Leistung übertragen wird, wird auch als *Leistungsanpassung* bezeichnet.

In der Realisierung der Leistungsübertragung zwischen Quelle und Verbraucher zeigen sich grundsätzliche Unterschiede zwischen den Herangehensweisen der Energietechnik und der Nachrichtentechnik. Kommt es bei der Energietechnik aus Wirtschaftlichkeits- und Zweckmäßigkeitsgesichtspunkten weitgehend darauf an, einen hohen Wirkungsgrad und eine weitgehend lastunabhängige Klemmenspannung am Verbraucher zu sichern, so sind die bei der Nachrichtentechnik zur Verfügung stehenden Übertragungsleistungen so gering, dass auf optimal angepasste Verbraucher auf keinen Fall verzichtet werden kann, während die Fragen des Wirkungsgrades von untergeordneter Bedeutung sind.