

Praktikum Grundlagen der Elektrotechnik

Versuch GET 11: Laplacetransformation

Standort: Labore im Helmholtzbau H2546, H2548 und H2549

1. Ziel und Inhalt

Berechnung der Systemantwort einfacher linearer Vierpole mittels Laplacetransformation und Verifikation der Ergebnisse durch das Experiment. Im Fokus steht das Verhalten energieloser Systeme, die mit Einzelimpulsen beaufschlagt werden.

2. Vorausgesetztes Wissen

- Aufbau und Bedienung eines Oszilloskops,
d.h. Durchführung des Versuches GET2 „Digitalspeicheroszilloskop“.
- Aufstellen von Übertragungsfunktionen einfacher Schaltungen bei harmonischer Erregung,
d.h. Durchführung des Versuches GET6 „Frequenzverhalten einfacher Schaltungen“.
- Verlauf von Ausgleichsvorgängen,
d.h. Durchführung des Versuches GET3 „Schaltverhalten an C und L“.
- Anwendung der Methode der Operatorenimpedanzen
- Rücktransformation in den Zeitbereich mittels Korrespondenztabelle.

3. Literatur zur Vorbereitung

- Vorlesungs- und Übungsunterlagen der Elektrotechnik 2.
- Lehrbuch Seidel/Wagner: Allgemeine Elektrotechnik Band 2, Unicopy Campus Edition, Ilmenau 2011.
- Lernprogramm “Laplace-Transformation” im “LearnWeb” von “GETsoft”.

4. Vorbereitung

Zum Zeichnen der Kurven drucken Sie sich das Blatt „Oszibildschirm TBS1102B“ aus den „Vorlagen“ im „LabWeb“ von „GETsoft“ einmal aus.

4.1 Hochpass

Stellen Sie die Übertragungsfunktion $H(p)$ vom Hochpass nach Bild 2 auf. Berechnen Sie die Ausgangsspannung $u_a(t)$, wenn am Eingang der Spannungssprung $u_e(t) = U_{\max} \cdot s(t)$ anliegt.

4.2 Tiefpass

Stellen Sie die Übertragungsfunktion $H(p)$ vom Tiefpass nach Bild 3 auf. Berechnen Sie die Ausgangsspannung $u_a(t)$, wenn am Eingang der Spannungsimpuls $u_e(t) = U_{\max}$ für $0 \leq t \leq t_0$, sonst $u_e(t) = 0V$, anliegt. Skizzieren Sie die Eingangsspannung und setzen Sie diese aus zwei Sprungfunktionen additiv zusammen.

4.3 Verzerrungsfreier Spannungsteiler

Stellen Sie die Übertragungsfunktion $H(p)$ vom Spannungsteiler nach Bild 4 auf.

Berechnen Sie die Ausgangsspannung $u_a(t)$, wenn am Eingang des Vierpols der Spannungssprung $u_e(t) = U_{\max} \cdot s(t)$ anliegt.

Unter welcher Bedingung findet kein Ausgleichsvorgang in dieser Anordnung statt, d.h. unter welcher Bedingung wird die Sprungfunktion verzerrungsfrei übertragen?

Bestimmen Sie in diesem Fall das Verhältnis zwischen R_1 , C_1 , R_2 und C_2 .

Berechnen Sie den Spannungsübertragungskoeffizienten des verzerrungsfreien Spannungsteilers.

4.4 Reihenschwingkreis

Stellen Sie die Übertragungsfunktion $H(p)$ vom Reihenschwingkreis nach Bild 1 auf.

Im Nennerpolynom verwenden Sie folgende Zusammenfassungen:

$$R = R_P + R_V + R_M \quad - \text{Gesamtwiderstand}$$

$$\delta = \frac{R}{2L} \quad - \text{Dämpfungskonstante}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad - \text{Resonanzkreisfrequenz}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \quad - \text{Eigenfrequenz}$$

Berechnen Sie die Ausgangsspannung im Bildbereich $U_a(p)$, wenn am Eingang der Spannungssprung $u_e(t) = U_q \cdot s(t)$ anliegt.

4.4.1 Schwingfall

Transformieren Sie $U_a(p)$ für $\omega_0 > \delta$ in den Zeitbereich. Skizzieren Sie den Verlauf $u_a(t)$.

Leiten Sie eine Formel zur experimentellen Bestimmung von δ aus der Lösungsfunktion der Ausgangsspannung $u_a(t)$ her.

4.4.2 Aperiodischer Grenzfall

Transformieren Sie $U_a(p)$ für $\omega_0 = \delta$ in den Zeitbereich. Skizzieren Sie den Verlauf $u_a(t)$.

Leiten Sie aus dem Zeitverlauf von $u_a(t)$ die Höhe U_{aMax} und Lage des Maximums t_{aMax} der Ausgangsspannung her.

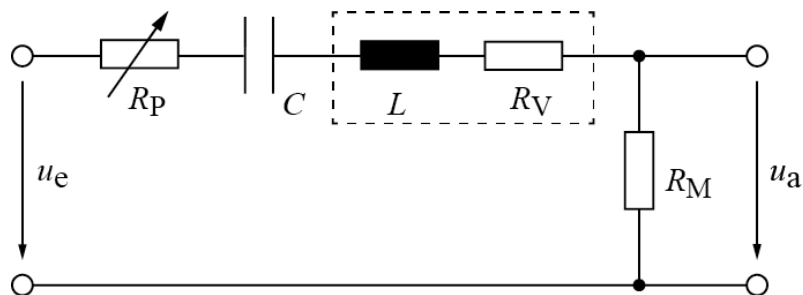


Bild 1. Reihenschwingkreis mit $u_C(0) = 0V$, $i_L(0) = 0A$

4.5 Bereiten Sie das Messprotokoll vor.

5. Geräte und Baugruppen am Versuchsplatz

- 1 Digitalspeicheroszilloskop TBS1102B
- 1 Funktionsgenerator HMF2525
- 1 LCR-Messgerät HM8018
- 2 Experimentiereinheiten für Steckelemente
- 1 Steckelement Widerstand $1k\Omega$
- 1 Steckelement Kondensator $0,47\mu F$
- 1 Steckelement Kondensator $1\mu F$
- 1 Potentiometer $1k\Omega + 1,5 k\Omega$ fest
- 1 Induktivität $0,1H$
- 1 Messwiderstand 100Ω
- 1 Relais
- 1 Bleiakku

6. Messung und Auswertung

Da uns kein Einzelimpulsgenerator zur Verfügung steht, benutzen wir periodische Signale. Die Periodendauer der Signale ist so gewählt, dass die Ausgleichsvorgänge innerhalb der Systeme beendet sind.

Den Generator betrachten wir als reale Spannungsquelle, d.h. als Reihenschaltung einer idealen Spannungsquelle U_q mit dem Innenwiderstand $R_i = 50\Omega$. In den Messungen 6.1 und 6.2 erhöhen wir die Genauigkeit unseres Modells durch Berücksichtigung von R_i in der Übertragungsfunktion des Vierpoles.

In den Aufgabenstellungen 6.1-6.8 werden die Nennwerte der Bauelemente verwendet. Für die Berechnungen bestimmen Sie die Werte der Bauelemente mit dem LCR-Messgerät.

6.1 Hochpass

Legen Sie an den Hochpass nach Bild 2 mit $R = 1k\Omega$ und $C = 1\mu F$ eine positive Rechteckspannung $u_e(t)$ mit $U_{\max} = 3V$ und $f = 50Hz$ mit dem Tastverhältnis 1:1 an und oszillografieren Sie diese im Kanal 1. Oszillografieren Sie im Kanal 2 die Ausgangsspannung $u_a(t)$ an der ansteigenden Flanke der Eingangsspannung im Kanal 1.

Messen Sie die Werte der Ausgangsfunktion mittels Cursor im Bereich von 0 bis 3τ in Schritten von 0.5τ . Berechnen Sie die dazugehörigen Werte und vergleichen Sie diese mit den gemessenen Werten.

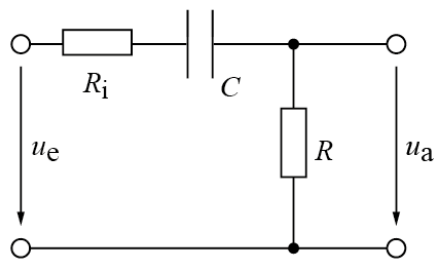


Bild 2. Hochpass mit $u_C(0) = 0V$

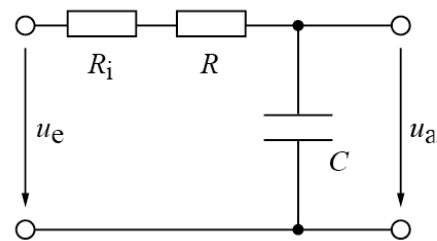


Bild 3. Tiefpass mit $u_C(0) = 0V$

6.2 Tiefpass

Legen Sie an den Tiefpass nach Bild 3 mit $R = 1k\Omega$ und $C = 1\mu F$ eine positive Rechteckspannung $u_e(t)$ von $U_{\max} = 3V$ und $f = 50Hz$ an und oszillografieren Sie diese im Kanal 1. Stellen Sie das Tastverhältnis so ein, dass die Impulsbreite $t_0 = 4\tau$ beträgt. Oszillografieren Sie die Ausgangsspannung $u_a(t)$ im Kanal 2.

Messen Sie mittels Cursor die Ausgangsspannung bei t_0 , $t_0 + \tau/2$ und $t_0 + \tau$.

Berechnen Sie die dazugehörigen Werte und vergleichen Sie diese mit den gemessenen Werten.

Wiederholen Sie die Messung und Rechnung für $t_0 = 1\tau$.

6.3 Verzerrungsfreier Spannungsteiler

Bauen Sie nach Bild 4 einen verzerrungsfreien Spannungsteiler mit

$R_1 = \text{Potentiometer } 1\text{k}\Omega + 1,5\text{k}\Omega \text{ fest}$, $C_1 = 0,47\mu\text{F}$, $R_2 = 1\text{k}\Omega$ und $C_2 = 1\mu\text{F}$

auf.

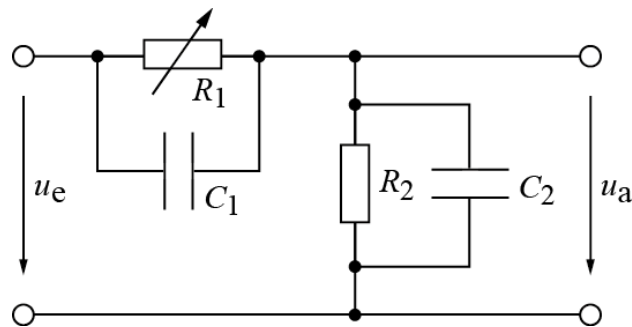


Bild 4. (verzerrungsfreier) Spannungsteiler mit $u_{C_1}(0) = 0\text{V}$, $u_{C_2}(0) = 0\text{V}$

Legen Sie eine positive Rechteckspannung $u_e(t)$ mit $U_{\max} = 3\text{V}$, $f = 100\text{Hz}$ und dem Tastverhältnis 1:1 an den Eingang der Schaltung an und oszillografieren Sie diese im Kanal 1.

Oszillografieren Sie die Ausgangsspannung $u_a(t)$ im Kanal 2.

Verändern Sie den Wert des Potentiometers R_1 , bis die Ausgangsspannung $u_a(t)$ die gleiche Kurvenform wie die Eingangsspannung $u_e(t)$ aufweist.

Messen Sie die Maximalwerte von $u_a(t)$ und $u_e(t)$, berechnen Sie daraus das Teilerverhältnis und vergleichen Sie es mit dem aus den Bauelementen C_1 und C_2 ermittelten.

Messen Sie den Widerstandswert R_1 des Potentiometers mit dem LCR-Messgerät aus. Überprüfen Sie, ob die Werte von R_1 , C_1 , R_2 und C_2 der Bedingung für Verzerrungsfreiheit genügen.

Skizzieren Sie die Verläufe der Ein- und der Ausgangsspannung auf das gedruckte Blatt „Oszilbilschirm TBS1102B“ (weiter als Bild 6.3 bezeichnet).

Ausgehend vom verzerrungsfreien Spannungsteiler entfernen Sie C_1 und skizzieren die Ausgangsspannung in das Bild 6.3.

Ausgehend vom verzerrungsfreien Spannungsteiler entfernen Sie R_1 und skizzieren die Ausgangsspannung in das Bild 6.3.

Interpretieren Sie die Verläufe.

6.4 Reihenschwingkreis

Bauen Sie einen Reihenschwingkreis nach Bild 5 mit

$$R_P = \text{Potentiometer } 1\text{k}\Omega, C = 0,47\mu\text{F}, L = 0,1\text{H} \text{ und } R_M = 100\Omega$$

auf. Der Verlustwiderstand R_V des Schwingkreises ist nicht bekannt und soll bestimmt werden.

Beschalten Sie den Eingang des Schwingkreises mit der Spannungsquelle U_q (Bleiakku) und dem Relais derart, dass zwischen $u_e = U_q$ und $u_e = 0\text{V}$ umgeschaltet wird. Das Relais wird mit einer sinusförmigen Generatorspannung mit $f = 10\text{Hz}$ und $U_{\text{max}} = 5\text{V}$ angesteuert.

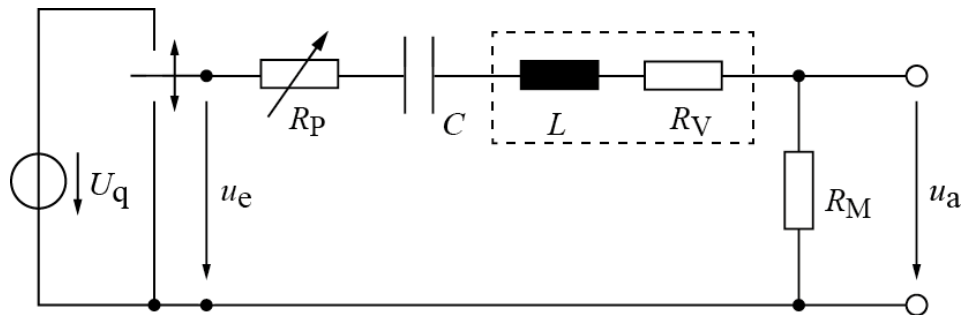


Bild 5. Beschalteter Reihenschwingkreis mit $u_C(0) = 0\text{V}$, $i_L(0) = 0\text{A}$

Oszillografieren Sie die Eingangsspannung $u_e(t)$ im Kanal 1, die Ausgangsspannung $u_a(t)$ im Kanal 2.

Messen Sie die Ausgangsspannung an der ansteigenden Flanke der Eingangsspannung, da zu diesem Zeitpunkt der Reihenschwingkreis ein energieloses System darstellt.

6.4.1 Schwingfall

Stellen Sie das Potentiometer auf 0Ω . Bestimmen Sie aus dem Oszillogramm die Dämpfungskonstante δ (s. P. 4.4.1) und daraus den Verlustwiderstand R_V des Schwingkreises.

Berechnen Sie aus der gemessenen Periodendauer T die Eigenfrequenz f . Vergleichen Sie diese mit der aus ω_0 und δ berechneten.

6.4.2 Aperiodischer Grenzfall

Bestimmen Sie die Spannung U_q des Bleiakkus.

Erhöhen Sie den Widerstand des Potentiometers so lange, bis der aperiodische Grenzfall eintritt.

Bestimmen Sie den Wert des Maximums der Ausgangsspannung $U_{a\text{Max}}$ und dessen Lage $t_{a\text{Max}}$ mit dem Oszilloskop.

Bestimmen Sie den Widerstandswert R_P des Potentiometers mit dem LCR-Messgerät.

Berechnen Sie nach Punkt 4.4.2. die Werte von $U_{a\text{Max}}$ und $t_{a\text{Max}}$ und vergleichen Sie diese mit den gemessenen Werten.